

Рис. 3. План цеха СВХ с нумерацией рядов КЯ и стеллажей и рассчитанными на втором шаге маршрутами по сбору артикулов из указанных КЯ (опорное решение)

	00	a_4^1	a_8^2	a_5^3	a_7^3	a_4^4	a_6^4	a_3^5	a_6^6	a_2^7	a_8^7	a_3^8	a_5^9
00	—	2,2	2,7	3,2	3,2	3,7	3,7	5,7	6,2	6,7	6,7	7,2	7,7
a_4^1		—	6,0	1,8	6,0	1,5	4,5	4,0	6,0	5,5	8,0	5,5	6,0
a_8^2			—	5,0	1,5	6,5	3,3	8,5	4,4	11,0	4,0	11,0	7,2
a_5^3				—	4,0	1,5	1,5	4,0	3,5	5,5	5,5	5,0	4,5
a_7^3					—	5,5	2,5	7,5	4,0	9,5	4,0	8,5	5,0
a_4^4						—	4,0	2,5	4,5	4,0	7,0	4,0	4,5
a_6^4							—	5,5	2,5	7,0	4,5	7,0	4,5
a_3^5								—	5,5	1,8	8,0	1,5	4,5
a_6^6									—	7,0	4,0	6,5	2,0
a_2^7										—	9,5	1,7	6,5
a_8^7											—	8,5	6,0
a_3^8												—	3,5
a_5^9													—

Рис. 4. Матрица кратчайших расстояний (МКР), м

	00	a_4^1	a_8^2	a_5^3	a_7^3	a_4^4	a_6^4	a_3^5	a_6^6	a_2^7	a_8^7	a_3^8	a_5^9
00	—	44,4	65,4	26,4	126,4	67,4	87,4	31,4	112,4	133,4	93,4	54,4	115,4
a_4^1		—	72,0	23,6	132,0	63,0	89,0	28,0	112,0	131,0	96,0	51,0	112,0
a_8^2			—	30,0	123,0	73,0	86,6	37,0	108,8	142,0	88,0	62,0	114,4
a_5^3				—	128,0	63,0	83,0	28,0	107,0	131,0	91,0	50,0	109,0
a_7^3					—	71,0	85,0	35,0	108,0	139,0	88,0	57,0	110,0
a_4^4						—	88,0	25,0	109,0	128,0	94,0	48,0	109,0
a_6^4							—	31,0	105,0	134,0	89,0	54,0	109,0
a_3^5								—	111,0	123,6	96,0	43,0	109,0
a_6^6									—	134,0	88,0	53,0	104,0
a_2^7										—	99,0	43,4	113,0
a_8^7											—	57,0	112,0
a_3^8												—	107,0
a_5^9													—

Рис. 5. Матрица затрат времени (МЗВ), с

Таблица 5

Время установки и транспортирования тары с артикулами к границе цеха (точке ω)

Номер ряда стеллажей, j	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Расстояние до ряда стеллажей, S_j , м	2,0	2,5	4,5	5,0	7,0	9,0	9,5	11,5	12,0
Значение t_{ymj} , с	20,0	22,5	32,5	35,0	45,0	55,0	57,5	67,5	70,0

Шаг 1

$$\eta = \frac{12}{4} = 3 - \text{целое число (рис. 3, табл. 3).}$$

Шаг 2

Наиболее удаленным рядом стеллажей от точки ω является ряд стеллажей с номером 8 (рис. 3), а КЯ, имеющей максимальный номер в этом ряду стеллажей, – КЯ a_8^7 . С этой КЯ начинается построение первого маршрута.

	00	a_4^1	a_8^2	a_5^3	a_7^3	a_4^4	a_6^4	a_3^5	a_6^6	a_2^7	a_8^7	a_3^8	a_5^9
00	–	44,4	65,4	26,4	126,4	67,4	87,4	31,4	112,4	133,4	93,4	54,4	115,4
a_4^1	4,4	–	32,8	42,2	33,8	43,8	37,8	42,8	39,8	41,8	36,8	42,8	42,8
a_8^2	5,4	65,3	–	69,3	76,3	67,3	73,7	67,3	76,5	64,3	78,3	65,3	73,9
a_5^3	6,4	52,2	46,8	–	49,8	55,8	55,8	54,8	56,8	53,8	53,8	55,8	57,8
a_7^3	6,4	56,3	66,3	62,3	–	60,3	66,3	60,3	68,3	58,3	69,3	61,3	69,3
a_4^4	7,4	43,8	34,8	45,8	37,8	–	41,8	48,8	45,8	47,8	41,8	48,8	48,8
a_6^4	7,4	57,8	61,2	65,8	63,8	61,8	–	62,8	69,8	61,8	66,8	62,8	68,8
a_3^5	11,4	40,3	32,3	42,3	35,3	46,3	40,3	–	45,3	53,7	41,3	55,3	50,3
a_6^6	12,4	59,8	64,0	66,8	65,8	65,8	69,8	67,8	–	66,8	72,8	68,8	78,8
a_2^7	13,4	29,3	19,3	31,3	23,3	35,3	29,3	43,7	34,3	–	30,3	46,9	38,3
a_8^7	13,4	69,3	78,3	76,3	79,3	74,3	79,3	76,3	85,3	75,3	–	78,3	84,3
a_3^8	14,4	40,3	30,3	43,3	36,3	46,3	40,3	53,3	46,3	56,9	43,3	–	55,3
a_5^9	15,4	52,8	51,4	57,8	56,8	58,8	58,8	62,8	68,8	60,8	61,8	67,8	–

Рис. 6. Матрица экономии времени (МЭВ), с

Наибольшим из элементов, находящихся в строке и столбце основной части МЭВ (рис. 6), соответствующих КЯ a_8^7 , является элемент $\Delta_{86}^{76} = 85,3$. Этому элементу соответствует КЯ a_6^6 (рис. 3). Дуга $a_8^7 - a_6^6$ включается в маршрут. Строка a_8^7 и столбец a_6^6 в МЭВ вычеркиваются, вычеркивается также элемент Δ_{68}^{67} , как противоположный элементу Δ_{86}^{76} (поз. а, рис. 7). Построение маршрута продолжается.

Среди невычеркнутых элементов строк и столбцов МЭВ (рис. 7), связанных с колонками ячеек a_8^7 и a_6^6 , максимальным является элемент $\Delta_{55}^{69} = 78,8$. Дуга $a_6^6 - a_5^9$ включается в маршрут. Строка a_6^6 и столбец a_5^9 в МЭВ вычеркиваются, вычеркивается также элемент Δ_{58}^{97} , как приводящий к замыканию маршрута $a_8^7 - a_6^6 - a_5^9 - a_8^7$ (поз. б, рис. 7). Построение маршрута продолжается.

Из невычеркнутых элементов строк и столбцов МЭВ (рис. 7), связанных с КЯ a_8^7 и a_5^9 , макси-

мальным является элемент $\Delta_{88}^{27} = 78,3$. Дуга $a_8^2 - a_8^7$ включается в маршрут. Построение маршрута завершено. Строки и столбцы в МЭВ, связанные с КЯ a_8^2 , a_8^7 и a_5^9 , вычеркиваются (поз. в, рис. 7). Время обслуживания маршрута и доставки тары с артикулами к точке ω

00	a_4^1	a_8^2	a_5^3	a_7^3	a_4^4	a_6^4	a_3^5	a_6^5	a_2^7	a_8^7	a_3^8	a_5^9		
00	—	44,4	65,4	26,4	126,4	67,4	87,4	31,4	112,4	133,4	93,4	54,4	115,4	
a_4^1	4,4	—	32,8	42,2	33,8	43,8	37,8	42,8	39,8	41,8	36,8	42,8	42,8	ж
a_8^2	5,4	65,3	—	69,3	76,3	67,3	73,7	67,3	76,5	64,3	78,3	65,3	73,9	в
a_5^3	6,4	52,2	46,8	—	47,8	55,8	55,8	54,8	56,8	53,8	53,8	55,8	57,8	е
a_7^3	6,4	56,3	66,3	62,3	—	60,3	66,3	60,3	68,3	58,3	69,3	61,3	69,3	г
a_4^4	7,4	43,8	34,8	45,8	37,8	—	41,8	48,8	45,8	47,8	41,8	48,8	48,8	е
a_6^4	7,4	57,8	61,2	65,8	67,8	61,8	—	62,8	69,8	61,8	66,8	62,8	68,8	д
a_3^5	11,4	40,3	32,3	42,3	35,3	46,3	40,3	—	45,3	53,7	41,3	55,3	50,3	и
a_6^6	12,4	59,8	64,0	66,8	65,8	65,8	69,8	67,8	—	66,8	77,8	68,8	78,8	б
a_2^7	13,4	27,3	19,3	31,3	23,3	35,3	29,3	43,7	34,3	—	30,3	46,9	38,3	и
a_8^7	13,4	69,3	78,3	76,3	79,3	74,3	79,3	76,3	85,3	75,3	—	78,3	84,3	а
a_3^8	14,4	37,3	30,3	43,3	36,3	46,3	40,3	53,3	46,3	56,9	43,3	—	55,3	з
a_5^9	15,4	52,8	51,4	57,8	56,8	58,8	58,8	62,8	68,8	60,8	67,8	67,8	—	в
		и	в	д	е	е	г	и	а	з	в	ж	б	

Рис. 7. Вычеркивание строк, столбцов и элементов в МЭВ в процессе построения маршрутов при получении опорного решения

$00 - a_8^2 - a_8^7 - a_6^6 - a_5^9 - 00 - \omega$ (рис. 5, табл. 5) составляет

$$T_{м1} = 65,4 + 88,0 + 108,0 + 104,0 + 15,4 + 45,0 = 425,8 \text{ с.}$$

Построение второго маршрута начинается с КЯ a_7^3 , расположенной в наиболее удаленном от точки ω после построения первого маршрута ряду стеллажей.

Наибольшим из элементов, находящимся в строке и столбце основной части МЭВ (рис. 6), соответствующих КЯ a_7^3 , является элемент $\Delta_{76}^{34} = 66,3$. Этому элементу соответствует КЯ a_6^4 (рис. 3). Дуга $a_7^3 - a_6^4$ включается в маршрут. Строка a_7^3 и столбец a_6^4 в МЭВ вычеркиваются, вычеркивается также элемент Δ_{67}^{43} , как противоположный элементу Δ_{76}^{34} (поз. г, рис. 7). Построение маршрута продолжается.

Анализируются столбец, связанный с КЯ a_7^3 , и строка, связанная с КЯ a_6^4 , основной части МЭВ. Наибольшим элементом, расположенным в строке a_6^4 , является элемент $\Delta_{65}^{43} = 65,8$ (рис. 7). Дуга $a_6^4 - a_5^3$ включается в маршрут. Строка a_6^4 и столбец a_5^3 в МЭВ вычеркиваются, вычеркивается также элемент Δ_{57}^{33} , как приводящий к замыканию маршрута $a_7^3 - a_6^4 - a_5^3 - a_7^3$ (поз. д, рис. 7). Построение маршрута продолжается.

Анализируются столбец, связанный с КЯ a_7^3 , и строка, связанная с КЯ a_5^3 , основной части МЭВ. Наибольшими элементами, расположенными в строке a_5^3 , являются элементы $\Delta_{54}^{34} = \Delta_{53}^{38} = 55,8$. Из двух КЯ a_4^4 и a_3^8 предпочтение отдается КЯ a_4^4 , расположенной в более дальнем от точки ω ряду стеллажей ($4 > 3$, рис. 3). Дуга $a_5^3 - a_4^4$ включается в маршрут. Образуется маршрут обслуживания и доставки тары с артикулами $00 - a_7^3 - a_6^4 - a_5^3 - a_4^4 - 00 - \omega$. $T_{м2} = 126,4 + 85,0 + 23,0 + 63,0 + 7,4 + 35,0 = 339,8 \text{ с.}$ Строки a_5^3 , a_4^4 и столбцы a_7^3 и a_4^4 в МЭВ вычеркиваются (поз. е, рис. 7). Построение маршрута завершено.

Построение третьего маршрута начинается с КЯ a_4^1 , расположенной в наиболее удаленном от точки ω ряду стеллажей после построения второго маршрута.

Наибольшими из невычеркнутых элементов, находящихся в строке и столбце основной части МЭВ (рис. 7), соответствующих КЯ a_4^1 , являются элементы $\Delta_{43}^{15} = \Delta_{43}^{18} = 42,8$. Из двух КЯ a_3^5 и a_3^8 предпочтение отдается КЯ a_3^8 , расположенной в более дальнем от точки ω ряду КЯ ($8 > 5$, рис. 3). Дуга $a_4^1 - a_3^8$ включается в маршрут. Строка a_4^1 и столбец a_3^8 в МЭВ вычеркиваются, вычеркивается также противоположный элемент Δ_{34}^{81} (поз. ж, рис. 7). Построение маршрута продолжается.

Анализируются столбец a_4^1 и строка a_3^8 основной части МЭВ. В строке a_3^8 из невычеркнутых элементов наибольшим является $\Delta_{32}^{87} = 56,9$. Дуга $a_3^8 - a_2^7$ включается в маршрут. Строка a_3^8 и столбец a_2^7 в МЭВ вычеркиваются, вычеркивается также элемент Δ_{24}^{71} , как замыкающий маршрут $a_4^1 - a_3^8 - a_2^7 - a_4^1$ (поз. з, рис. 7). Построение маршрута продолжается.

Из невычеркнутых элементов столбца a_4^1 и строки a_2^7 МЭВ наибольшим является элемент $\Delta_{23}^{75} = 43,7$. Дуга $a_2^7 - a_3^5$ включается в маршрут. Строки a_2^7 , a_3^5 и столбцы a_4^1 и a_3^5 в МЭВ вычеркиваются (поз. и, рис. 7). Образуется маршрут $00 - a_4^1 - a_3^8 - a_2^7 - a_3^5 - 00 - \omega$.

$T_{м3} = 44,4 + 51,0 + 123,4 + 23,6 + 11,4 + 45,0 = 298,8$ с. Построение маршрута завершено.

Все элементы (строки и столбцы) основной части МЭВ вычеркнуты (рис. 7). Построение маршрутов на втором шаге вычислений закончено. Схема маршрутов изображена на рис. 3. Цифры в кружках указывают номер начала и конца маршрута. Результаты вычислений сведены в табл. 6.

Таблица 6

Результаты расчета маршрутов на 2-ом шаге вычислений (опорное решение)

Номер маршрута, b	Маршрут	Время обслуживания маршрута и доставки тары с артикулами к границе цеха (точке ω), T_{mb} , с	Количество собранных артикулов
1	$00 - a_8^2 - a_8^7 - a_6^6 - a_5^9 - 00 - \omega$	425,8	17
2	$00 - a_7^3 - a_6^4 - a_5^3 - a_4^4 - 00 - \omega$	339,8	14
3	$00 - a_4^1 - a_3^8 - a_2^7 - a_3^5 - 00 - \omega$	298,8	11

Диапазон интервала неопределенности поиска T_m^{om} составляет $T_m^{\max} - T_m^{\min} = 425,8 - 298,8 = 127$ с. Переход к шагу 3.

3.1. Обозначим $T'_m = 298,8$; $T''_m = 425,8$. Переход к п.3.2.

3.2. $\Delta T_m = T''_m - T'_m = 129 > 15$, переход к п. 3.3.

3.3. Полагаем $T_\omega = T'_m + 0,618\Delta T_m = 298,8 + 0,618 * 129 = 378,5$ с. Для этого значения T_ω определяем потребное количество работников (маршрутов) $R(T_\omega)$ по алгоритму, описанному в [4] (рис. 8, табл.7), $R(T_\omega) = R(378,5) = B = 3$; $T_m^{\min} = 346,3$ с; $T_m^{\max} = 365,8$ с. $365,8 < 378,5$, полагаем $T_m^{\max} = 365,8$ с. Переход к п. 3.1.

3.1. Обозначим $T'_m = T_m^{\min} = 346,3$; $T''_m = T_m^{\max} = 365,8$. Переход к п. 3.2.

3.2. $\Delta T_m = T_m'' - T_m' = 365,8 - 346,3 = 19,5 > 15$, переход к п. 3.3.

3.3. Полагаем $T_\omega = T_m' + 0,618\Delta T_m = 346,3 + 0,618 \cdot 19,5 = 358,4$ с. Результаты расчета требуемого количества работников (маршрутов) для этого значения T_ω по алгоритму, описанному в [4], совпадают с предыдущими (рис. 8, табл. 7): $R(T_\omega) = R(358,4) = B = 3$. $T_m^{\min} = 346,3$ с, $T_m^{\max} = 365,8$ с. $365,8 > 358,4$, полагаем $T_m^{\max} = 358,4$. Переход к п. 3.1.

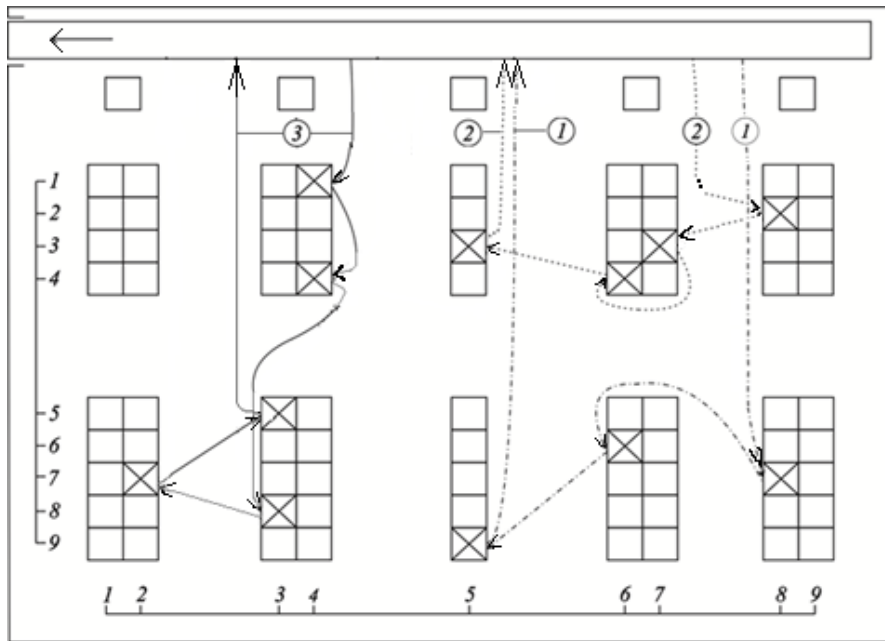


Рис. 8. План цеха СВХ с нумерацией рядов КЯ и стеллажей и рассчитанными в соответствии с п. 3.3 алгоритма при $T_\omega = 378,5$ с и $T_\omega = 358,4$ с маршрутами по сбору артикулов из указанных КЯ

3.1. Обозначим $T_m' = T_m^{\min} = 346,3$; $T_m'' = T_m^{\max} = 358,4$. Переход к п. 3.2.

3.2. $\Delta T_m = T_m'' - T_m' = 358,4 - 346,3 = 12,1 < 15$, переход к п. 3.5.

3.5. Закончить вычисления. Принимается рассчитанная схема маршрутов (рис. 8). Цифры в кружках указывают номер начала и конца маршрута. $T_m^{opt} = 358,4$ с, $R(358,4) = 3$.

Таблица 7

Результаты расчета маршрутов в соответствии с п. 3.3 алгоритма при $T_\omega = 378,5$ с и $T_\omega = 358,4$ с

Номер маршрута, b	Маршрут	Время обслуживания маршрута и доставки тары с артикулами к границе цеха (точке ω), T_{mb} , с	Количество собранных артикулов
1	$00 - a_8^7 - a_6^6 - a_5^9 - 00 - \omega$	365,8	14
2	$00 - a_8^2 - a_7^3 - a_6^4 - a_5^3 - 00 - \omega$	347,8	14
3	$00 - a_4^1 - a_4^4 - a_3^8 - a_2^7 - a_3^5 - 00 - \omega$	346,3	14

Результаты расчета примера показывают, что по сравнению с опорным вариантом максимальный срок обслуживания маршрута и доставки тары с артикулами к границе цеха (точке ω) сокращается

на

$$\frac{425,8 - 365,8}{425,8} * 100\% = 14,1\%$$

за счет более равномерного распределения времени обслуживания маршрутов (табл. 6, 7).

Трудовые затраты на обслуживание маршрутов при опорном варианте составляют (рис. 3, табл. 5, 6):

$$T^0 = (T_{M1}^0 - \frac{S_5}{V_T}) + (T_{M2}^0 - \frac{S_4}{V_T}) + (T_{M3}^0 - \frac{S_3}{V_T}) = T_{M1}^0 + T_{M2}^0 + T_{M3}^0 - \frac{S_5 + S_4 + S_3}{V_T} =$$

$$= 425,8 + 339,8 + 298,8 - \frac{7 + 5 + 4,5}{0,2} = 981,9 \text{ чел.-с} = 0,273 \text{ чел.-ч};$$

а при ограничении на число маршрутов (рис. 8, табл. 5,7):

$$T^M = (T_{M1}^M - \frac{S_5}{V_T}) + (T_{M2}^M - \frac{S_5}{V_T}) + (T_{M3}^M - \frac{S_3}{V_T}) = T_{M1}^M + T_{M2}^M + T_{M3}^M - \frac{2S_5 + S_3}{V_T} =$$

$$= 365,8 + 347,8 + 346,3 - \frac{2*7 + 4,5}{0,2} = 967,4 \text{ чел.-с} = 0,269 \text{ чел.-ч}.$$

Результаты вычислений максимального времени обслуживания маршрута и доставки артикулов к границе цеха и трудовых затрат на обслуживание маршрутов при использовании алгоритмов построения маршрутов сбора товаров со стеллажей с различными видами ограничений показаны в табл. 8. В этой таблице представлены также результаты расчета примера с одинаковыми исходными данными для алгоритма с ограничением на время доставки тары с артикулами к границе цеха [4].

Таблица 8

Сравнение результатов использования алгоритмов построения маршрутов сбора товаров со стеллажей при различных видах ограничений

Наименование показателя	Значение показателя при использовании алгоритма построения маршрутов		
	с ограничением на время доставки тары с артикулами к границе цеха	при получении опорного решения	При заданном числе маршрутов
Максимальное время обслуживания маршрута доставки товаров к границе цеха, с	425,8	425,8	365,8
Трудовые затраты на обслуживание маршрутов, чел.-с/чел.-ч	975,6/0,271	981,9/0,273	967,4/0,269

Данные табл. 8 показывают, что основной эффект от применения алгоритма минимизации времени сбора товаров со стеллажей и доставки тары с артикулами к границе цеха при заданном числе маршрутов состоит в минимизации максимального срока обслуживания маршрута.

Выводы

1. Рассмотренный алгоритм построения маршрутов обеспечивает минимизацию времени сбора со стеллажей и доставки товара к границе цеха при заданном числе маршрутов.
2. Использование МЭВ позволяет получать оптимальные или близкие к ним решения при по-

строении маршрутов.

3. От того, что построение каждого нового маршрута проводится без перебора всех невычеркнутых элементов МЭВ, а начинается с КЯ, наиболее удаленной от границы цеха, в МЭВ анализируются только строка и столбец, связанные с двумя КЯ, претендующими быть включенными в маршрут, обеспечивается непрерывность построения каждого маршрута и минимизируется время расчета.

4. За счёт введения “разумного” допуска $\pm \delta$ на возможное отклонение расчетного времени обслуживания маршрута и доставки товара к границе цеха от заданного контрольного срока уменьшается количество оцениваемых по времени вариантов маршрутов, что ведет к сокращению времени проведения расчетов.

5. Использование на третьем шаге вычислений при последовательном пошаговом поиске T_m^{opt} в интервале неопределенности $T_{mb}^{\min} - T_{mb}^{\max}$ метода «золотого сечения» обеспечивает поиск за наименьшее число итераций, а следовательно, за наименьшее время.

6. Наличие в распоряжении диспетчера СВХ программного обеспечения, реализующего быстродействующие алгоритмы построения маршрутов сбора со стеллажей и доставки товара к границе цеха при ограничении на время маршрута [4] и на число маршрутов, позволит ему в диалоговом режиме с ЭВМ оптимизировать управление производственным процессом на складе в зависимости от оперативно складывающейся ситуации.

Список литературы

1. Дыбская В.В. Логистика складирования: Учебник – М.: ИНФРА – М, 2015. – 559 с.
2. Завьялов К., Санкина Е. Индустриально-логистический парк KENON: расширение рынка сбыта и оптимизация логистики на территории Китай – Забайкальск – Восточная Сибирь // Логистика. – 2014. – № 7. – С. 12 – 15.
3. Толмачев К. Повышение эффективности автоматизированной сортировки на складе // Логистика. – 2014. – № 8. – С. 30 – 34.
4. Барсук И. Алгоритм построения маршрутов сбора товаров со стеллажей // Логистика. – 2016. – № 8. – С. 22 – 29.
5. Толуев Ю., Змановская Т. Оптимизация транспортно-складских систем с применением имитационных моделей. Часть 1 // Логистика. – 2016. – № 1. – С. 42 – 45.
6. Толуев Ю., Змановская Т. Оптимизация транспортно-складских систем с применением имитационных моделей. Часть 2 // Логистика. – 2016. – № 2. – С. 46 – 48.